TRANSFORMADAS E INTEGRALES . PROF. ANDER MIRANDA

1) OBTENGA LA FORMA BINOMICA DE

$$Z_0 = \frac{Sen(2+i)}{3+4i} \quad (4 \text{ Ptos})$$

Solución:

$$* \; Sen(2+i) = \frac{e^{i(2+i)} - e^{-(2+i)i}}{2i} =$$

$$= \frac{e^{2i} \cdot e^{-1} - e^{1} \cdot e^{-2i}}{2i} =$$

$$= \frac{e^{-1}[\cos(2) + iSen(2)]}{2i} - \frac{e[\cos(-2) + iSen(-2)]}{2i}$$

$$= \frac{(e^{-1} - e)\cos(2) + (e^{-1} + e^{1})Sen(2)i}{2i} =$$

$$= \frac{0{,}96 + 2{,}77i}{2i} = 1{,}386 - 0{,}48i$$

ENTONCES:

$$Z_0 = \frac{Sen(2+i)}{3+4i} = \frac{1{,}386 - 0{,}48i}{3+4i} \Rightarrow$$

$$Z_0 = \frac{1{,}466 \angle -19{,}10}{5 \angle 53{,}13} = 0{,}293 \angle -72{,}22° \Rightarrow$$

$$Z_0 = 0{,}09 - 0{,}28i$$

2) REDEFINE LA SIG. FUNCIÓN COMPLEJA, PARA QUE SEA CONTINUA PARA TODO Z.

$$f(z) = \frac{z^2+4}{(i2 - z)} \quad (4 \text{ Ptos})$$

Solución:

$i2 - z = 0 \Rightarrow Z = i2 \rightarrow$ PUNTO SINGULAR

$$\lim_{z \to 2i} \frac{z^2+4}{(i2 - z)} = \lim_{z \to 2i} \frac{(z-2i)(z+2i)}{(2i - z)}$$

$$= \lim_{z \to 2i} \frac{-\cancel{(2i-z)}(z+2i)}{\cancel{(2i-z)}} =$$

$$= 2i + 2i = 4i$$

REDEFINIENDO $f(z)$

$$f(z) = \begin{cases} \dfrac{z+4}{2i - z} & , \text{ Si } z \neq 2i \\ -4i & ; \text{ Si } z = 2i \end{cases}$$

Prof. Ander Miranda

3) OBTENGA LA DERIVADA DE LAS SIG. FUNCIONES:

a) $f(z) = e^{-(z+1)} \cdot e^{iz}$ (3 Ptos)

Solución:

$$f(z) = e^{(iz-z+1)} \Rightarrow$$

$$f'(z) = (iz-z+1)' \cdot e^{(iz-z+1)}$$

$$f'(z) = (i-1)\, e^{(1-z+iz)}$$

b) $f(z) = \dfrac{Sen(2z)}{e^{2z}+1}$

$$f'(z) = \frac{[Sen(2z)]'(e^{2z}+1) - Sen(2z)[e^{2z}+1]'}{(e^{2z}+1)^2}$$

$$f'(z) = \frac{2\cos(2z)(e^{2z}+1) - 2e^{2z} \cdot Sen(2z)}{(e^{2z}+1)^2}$$

$$f'(z) = \frac{2e^{2z}[\cos(2z) - Sen(2z)] + 2\cos(2z)}{(e^{2z}+1)^2}$$

(3 Ptos)

4) DEMUESTRE LA SIGUIENTE DERIVADA COMPLEJA:

$$(Sen\, z)' = \cos z$$

(3 Ptos)

Solución:

$$Sen\, z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$(Sen\, z)' = \frac{(e^{iz})' - (e^{-iz})'}{2i} =$$

$$= \frac{(iz)' e^{iz} - (-iz)' e^{-iz}}{2i}$$

$$= \frac{i e^{iz} + i e^{-iz}}{2i}$$

$$= \frac{i(e^{iz} + e^{-iz})}{2i} \Rightarrow$$

$$(Sen\, z)' = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} = \cos z$$

Prof. Ander Miranda